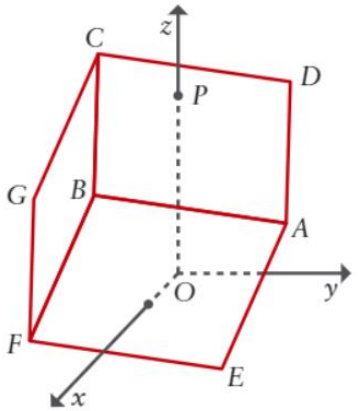
Tema	Geometria e Trigonometria
Conteúdos	Resolução de Problemas

Ficha de trabalho **Enunciado**

Ex 01.

A figura ao lado representa um cubo num referencial o.n. $Oxyz$.



- $[ABCD]$ é uma face do cubo;
- $[EFGH]$ é a face oposta à face $[ABCD]$;
- $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$ e $[DH]$ são quatro arestas do cubo;
- O ponto A tem coordenadas $(3,5,3)$;
- O ponto D tem coordenadas $(-3,3,6)$;
- O ponto E tem coordenadas $(1,2,-3)$;

1.1. Determina o volume do cubo:

1.2. Determina as coordenadas do ponto H;

1.3. Determina uma equação vetorial da reta AE;

1.4. P é o ponto de interseção do eixo Oz com a face $[ABCD]$. Determina as coordenadas de P;

1.5. Determina as coordenadas do vetor $\overrightarrow{AB}$;

1.6. Determina as coordenadas dos vértices $B, C, F\ e\ G$;

1.7. Determina a equação reduzida da superfície esférica s que passa pelos oito vértices do cubo;

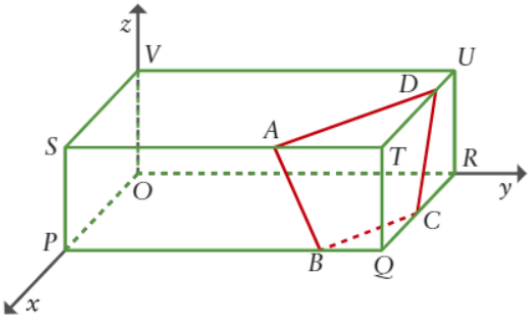
1.8. Seja α o plano tangente à superfície esférica s no ponto A . Determina uma equação do plano α, tendo em conta que um plano tangente a uma superfície esférica é perpendicular ao raio relativo ao ponto de tangência.

1.9. Seja β o plano de equação $x+y+z=0$. Justifica que os planos α e β são concorrentes, mas não são perpendiculares.

1.10. Determina a amplitude do ângulo BEP, em graus, arrendondado às unidades.

Ex 02.

Na figura ao lado está representado em referencial o.n. $Oxyz$, o paralelepípedo retângulo $[OPQRUVST]$.



Os pontos $P, R\ e\ V$ pertencem aos semieixos positivos $Ox, Oy\ e\ Oz$, respetivamente.

O quadrilátero $[ABCD]$ é a interseção do paralelepípedo com o plano de equação $2x+3y+z=22$, que é perpendicular à reta OT.

O ponto R tem ordenada 6.

2.1. Determina as coordenadas do ponto T;

2.2. Determina o volume do paralelepípedo;

2.3. Determina uma equação cartesiana do plano que é paralelo ao plano ABC e que passa no ponto Q;

2.4. Determina as coordenadas dos pontos $A, B, C\ e\ D$;

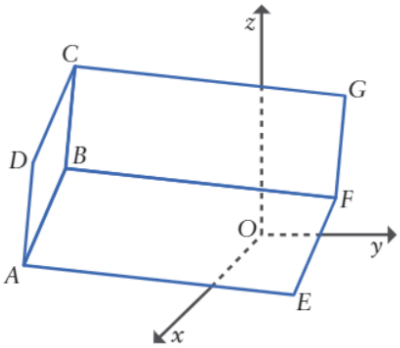
2.5. Escreve uma condição cartesiana que defina a reta TQ;

2.6. Escreve uma condição cartesiana que defina a reta AD;

2.7. Determina uma equação do plano mediador do segmento de reta $[AC]$.

Ex 03.

Na figura ao lado está representado em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$. Sabe-se que:



- O plano ABF tem equação $6x + 2y - 3z = 58$;
- O plano BFG tem equação $2x + 3y + 6z = 80$;
- O ponto A tem ordenada -7 e cota 4

3.1. Determina a abcissa do ponto A;

3.2. A interseção dos planos ABF e BFG é a reta BF. Sejam P e Q os pontos desta reta cujas abcissas são 4 e 7, respetivamente. Determina as coordenadas do vetor $\overrightarrow{PQ}$;

3.3. Escreve uma equação vetorial da reta BF, tendo em conta que, de acordo com a alínea anterior, o ponto P pertence a esta reta e $\overrightarrow{PQ}$ é um vetor diretor;

3.4. Determina uma equação do plano ABC;

3.5. Determina a abcissa do ponto B;

3.6. Escreve uma equação vetorial da reta AE;

3.7. Determina as coordenadas do ponto E, sabendo que ele pertence ao plano xOy;

3.8. Determina o volume do prisma;

3.9. Determina a abcissa do ponto F;

3.10. Determina as coordenadas do vetor $\overrightarrow{BC}$, sabendo que a sua terceira coordenada é positiva;

3.11. Determina a abcissa do ponto C;

3.12. Determina a amplitude do ângulo AFC. Apresenta o resultado em graus, arredondado às unidades;

3.13. Determina uma equação do plano mediador do segmento de reta $[CA]$;

3.14. Determina a área da secção produzida no prisma por esse plano;

3.15. Determina a equação reduzida da superfície esférica s que passa pelos oito vértices do prisma.

Fonte: *Mat 11*

Ex 01.

1.1. 343 unidades de volume

1.2. $(-5,0,0)$;

1.3. $(x,y,z)=(3,5,3)+k(2,3,6), k\in\mathbb{R}$;

1.4. $\left(0,0,\frac{13}{2}\right)$

1.5. $(3,-6,2)$

1.6. $B(6,-1,5); C(0,-3,8);\ \ F(4,-4,-1);\ G(-2,-6,2)$

1.7. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+\left(z-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{147}{4}$

1.8. $5x+11y+z=73$

1.10. 37º

Ex 02.

2.1. $(4,6,2)$

2.2. 48

2.3. $2x+3y+z=26$

2.4. $A(4,4,2); B\left(4,\frac{14}{3},0\right);\ \ C(2,6,0);\ D(1,6,2)$

2.5. $x=4\ \wedge y=6$

2.6. $2x+3y+z=22\ \ \wedge\ \ z=2\ \ ou\ \ 2x+3y=20\ \ \wedge\ \ z=2$

2.7. $x-y+z=-1$

Ex 03.

3.1. 14

3.2. $(3,-6,2)$

3.3$(x,y,z)=(4,20,2)+k(3,-6,2), k\in\mathbb{R}$.

3.4. $3x-6y+2z-92=0$

3.5. 16

3.6. $(x,y,z)=(14,-7,4)+k(3,-6,2), k\in\mathbb{R}$

3.7. $(8,5,0)$

3.8. 686 unidades de volume

3.9. 10

3.10. $(-6,-2,3)$

3.11. 10

3.12. 37º

3.13. $4x - y - 9z + 22 = 0$

3.14. $98\sqrt{2}$ unidades de área

3.15. $(x-9)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{13}{2}\right)^2 = \frac{147}{2}$